

子带编码中信号对称延拓的研究

苏洁 曹忠升 冯玉才

(华中理工大学计算机学院数据库与多媒体技术研究所, 武汉 430074)

摘要 有限长度的信号通过滤波器造成信号长度扩展或截断失真。文中分析了对称延拓对分析/合成系统的影响,提出了子带编码中的信号优化对称延拓方法及滤波器相移限定,在不扩展信号长度的情况下得到了延时为0的完全重构的信号。

关键词 对称延拓 循环卷积 滤波器组 分析/合成

0 引言

在许多小波应用中都要求得到能完全重构的信号。长度为 M 的有限信号通过长度为 L 的滤波器得到的信号长度为 $M+L-1$, 导致信号长度扩展,增加了计算量和存储量。如果截断至标准长度 M , 则引起输出失真,无法得到完全重构的信号。有限长度信号带来的问题在图象压缩中显得尤为严重。

Woods & O'Neil^[1]建议采用循环卷积代替线性卷积,即对长度为 M 的有限信号以 M 为周期进行周期延拓,消除了信号的有限长度带来的失真或存储量增加,并且具有简单、可采用FFT实现、对滤波器特性无要求、不受滤波器组的平移影响等优点。但周期延拓在边界点造成尖锐跳变,引入了人为高频成分,使得高频子带的方差增加,与变换的目的相违背。一些研究者在边界点附近采用特殊的边界滤波器或推导边界点误差等式以修正边界点误差,但这类方式要求额外的计算量且相对复杂。M. J. T. Smith^[3,4]、S. A. Martucci^[5,6]对对称滤波器提出了对称延拓方法。与周期延拓相比,对称延拓产生了更平滑的边界,但增加了周期的长度。文献中提出了对称延拓的方法,但对如何在不扩展信号的前提下延拓以得到完全重构的信号,缺乏系统性的研究,对分析/合成过程缺乏深入分析,很少讨论滤波器相移的影响,没有提供直接的实现依据。为了解决这个问题,本文从分析/合成两个方面研究了对称延拓方式及滤波器相移对结果信号长度及相移的影响,在不扩展信号长度的情况下得到了完全重构的信号。

1 对称延拓序列特性

离散序列的对称按对称点可分为两种方式:关于序列中某个样本的对称,称为WS(Whole-sample Symmetry:全样本对称)或奇对称;关于序列中某两个相邻样本间中心点的对称,称为HS(Half-sample Symmetry:半样本对称)或偶对称。当周期长度为奇数时,序列中会同时出现HS和WS对称,称为OS(Odd-period Symmetric:奇周期对称)。WS/HS/OS及其反对称形式WA(Whole-sample Antisymmetry:全样本反对称)、HA(Half-sample Antisymmetry:半样本反对称)、OA(Odd-period Antisymmetric:奇周期反对称)如图1所示。

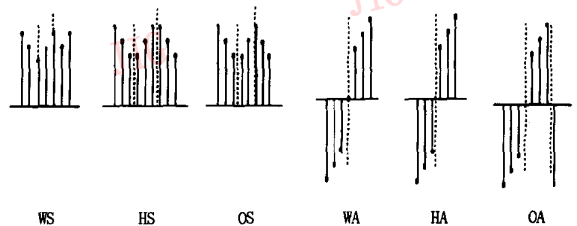


图1 对称方式示意图

周期为 M 的周期序列 $\tilde{x}[n]$ 的离散傅氏变换为:

$$\hat{X}[K] = \sum_{n=0}^{M-1} \tilde{x}[n] W_M^{Kn} \quad (1)$$

其中 $W_M = \exp(-j2\pi/M)$ 。

由(1)式可推得,以 γ 为对称中心的任意形式的序列有

$$Y^*[K] = (-1)^s \cdot \overline{W}_M^{W-2\gamma} Y[K] \quad (2)$$

其中,对 WS/HS/OS,有 $s=0$;对 WA/HA/OA,有 $s=1$;对 WS/WA,有 $\gamma=k, k \in Z$;对 HS/HA,有 $\gamma=k+1/2, k \in Z$ 。

定义维数 ρ 表示对称序列中的非冗余样本数。周期为 N 的对称序列仅需 ρ 个非冗余样本即可复原整个序列。周期为 N 的对称序列特性如表 1 所示。

表 1 周期为 N 的对称序列特性

信号		对称特性		维数 ρ
对称方式	对称中心	时域	频域	
WS	c	$y[c+n]=y[c-n]$	$Y^*[K]=\overline{W}_M^{K-2c}Y[K]$	$N/2+1$
WA	c	$y[c+n]=-y[c-n]$	$Y^*[K]=-\overline{W}_M^{K-2c}Y[K]$	$N/2-1$
HS	$c-1/2$	$y[c+n]=y[c-1-n]$	$Y^*[K]=\overline{W}_M^{K-2(c-1/2)}Y[K]$	$N/2$
HA	$c-1/2$	$y[c+n]=-y[c-1-n]$	$Y^*[K]=-\overline{W}_M^{K-2(c-1/2)}Y[K]$	$N/2$
OS ($N=2k+1$)		在 c 为 WS,在 $c+N/2$ 为 HS 或在 $c-1/2$ 为 HS,在 $c+(N-1)/2$ 为 WS		$(N+1)/2$
OA (N 为奇数)		在 c 为 WA,在 $c+N/2$ 为 HA 或在 $c-1/2$ 为 HA,在 $c+(N-1)/2$ 为 WA		$(N-1)/2$

2 小波分析/合成子系统

对称延拓的小波分析与合成系统可用图 2 表示。

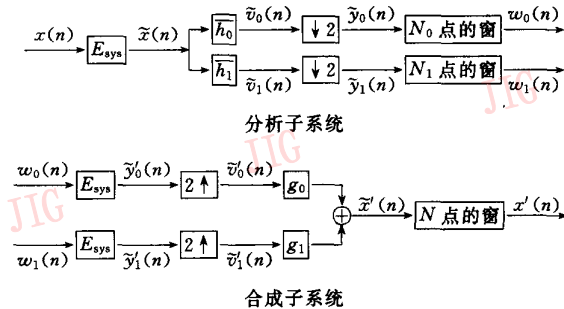


图 2 对称延拓的子带分析与合成系统框图

图中, E_{sysa} 表示对称延拓, $\tilde{h}_n = h_{-n}$ 。 N 为信号长度, 如果 $N_1 + N_2 = N$, 变换称为非扩展的 (Nonexpansive)。即相对于输入信号样本总数, 子带样本总数未增加。则:

$$N_0 = N_1 = k = N/2 \text{ if } N = 2k \quad k \in z \quad (3)$$

$$N_0 = k + 1 = (N + 1)/2 \text{ and}$$

$$N_1 = k = (N - 1)/2$$

$$\text{if } N = 2k + 1 \quad k \in z \quad (4)$$

2.1 对称延拓下小波分析子系统特性

有限长度的对称信号 $h[n]$ 与周期为 M 的无限长度对称序列 $\tilde{x}[n]$ 卷积得到周期为 M 的周期序列 $\tilde{u}[n]$ 。

由(2)式可得:

$$X^*[K] = (-1)^{sx} \cdot \overline{W}_M^{K-2\gamma x} X[K]$$

$$H^*[K] = (-1)^{sh} \cdot \overline{W}_M^{K-2\gamma h} H[K]$$

则:

$$U^*[K] = X^*[K]H^*[K]$$

$$= (-1)^{sx+sh} \cdot \overline{W}_M^{K-2(\gamma x+\gamma h)} U[K]$$

得到如表 2 所示的 $h[n], \tilde{x}[n], \tilde{u}[n]$ 特性关系。 $(-1)^{sx+sh}, \gamma x+\gamma h$ 可完全反映 $\tilde{u}[n]$ 的特性, 因此下面的处理简化为对对称中心关系及 S、A 关系的讨论。

表 2 当 $\tilde{u}(n) = \tilde{x}(n) * h(n)$ 时, $h[n], \tilde{x}[n], \tilde{u}[n]$ 的对称特性

$h[n]$ 的对称特性	$\tilde{x}[n]$ 的对称特性	$\tilde{u}[n]$ 的对称特性
HS	HS	WS
HS	WS	HS
WS	WS	WS
WS	HS	HS
S	S	S
S	A	A
A	S	A
A	A	S

对称信号通过对称滤波器得到对称信号, 分析如下。对非对称滤波器组, 可先将滤波器分解为对称滤波器和反对称滤波器的组合, 再按以下方式处理。

由图 3 可知, 对 HS/HA 序列隔点抽样不可能得到对称序列。在不同抽样相移下, 对 WS/WA 序列抽样可分别得到 WS/WA 序列和 HS/HA 序列。

结合表 2 可知,对 HS/HA 对称滤波器,信号必须 HS 延拓或 HA 延拓才能得到对称的输出序列;对 WS/WA 对称滤波器,信号必须 WS 延拓或 WA 延拓才能得到对称的输出序列。(证明略)

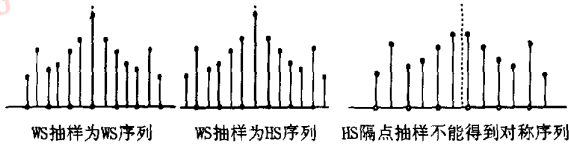


图 3 对称序列的隔点抽样特性

低通滤波器组取为 S 对称,本文在分析子系统中选用 S 延拓(也可选为 A 延拓,但增加了分析的复杂性)。滤波器组中 WS 分析低通滤波器、WS 分析高通滤波器、WS 合成低通滤波器、WS 合成高通滤波器为一组分析/合成滤波器组,每个滤波器的长度都为奇数。HS 低通分析滤波器、HA 高通分析/合成滤波器、HS 低通分析滤波器为一组分析/合成滤波器组,每个滤波器的长度都为偶数。以下分析不同分析滤波器对称特性及信号延拓方式对 $\tilde{v}[n]$ 、 $\tilde{y}[n]$ 、 $w(n)$ 的影响。希望通过平移滤波器及延拓信号得到无相位平移且保存了 $\tilde{y}[n]$ 特性的 $w(n)$ 。

(1) h 为以 C 为对称中心的 WS 滤波器

则 $x[n]$ 做 WS 延拓, $\tilde{x}[n]$ 的周期为 $2(N-1)$, 对称中心为 $0, (N-1)$, 维数为 N 。根据(5)式可知, $\tilde{v}[n]$ 为 WS 序列, 周期和维数与 $\tilde{x}[n]$ 相同, 对称中心为 $C, N+C-1$ 。

以 C 为抽样零点 O , 即取 $C=0$ 。当 N 为偶数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $N/2$, 在 O 点为 WS 对称, 在 $O+(N-1)/2$ 为 HS 对称; N 为奇数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $(N+1)/2$, 在 O 点为 WS 对称, 在 $O+(N-1)/2$ 为 WS 对称。结合式(3)、式(4)知, 当分析低通 WS 滤波器对称中心为 0 、信号采用 WS 对称延拓时, $\tilde{y}_0[n]$ 通过 N_0 大小的窗, 可以得到保存 $\tilde{y}_0[n]$ 特性且无相位平移的 $w_0(n)$ 。

以 $C+1$ 为抽样零点 O , N 为偶数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数为 $N/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HS 对称, 在 $O+N/2-1$ 为 WS 对称; N 为奇数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $(N-1)/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HS 对称, 在 $O-1/2+(N-1)/2$ 为 HS 对称。当 WS 高通滤波器的对称中心为 $C=-1$ 时, 可得到满足要求的 $w_1(n)$ 。

(2) h_0 为以 $C-1/2$ 为对称中心的 HS 低通滤波器

则 $x[n]$ 做 HS 延拓, $\tilde{x}[n]$ 的周期为 $2N$, 对称中心为 $-1/2, (N-1/2)$, 维数为 N 。 $\tilde{v}[n]$ 为 WS 序列,

周期为 $2N$, 维数为 $N+1$, 对称中心为 $C-1, N+C-1$ 。

以 $C-1$ 为抽样零点 O , N 为偶数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $N/2+1$, 显然造成了信号扩展。

以 C 为抽样零点 O , N 为偶数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数为 $N/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HS 对称, 在 $O+(N-1)/2$ 为 HS 对称; N 为奇数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $(N+1)/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HS 对称, 在 $O+(N-1)/2$ 为 WS 对称。当 HS 低通滤波器的对称中心为 0 时, 可得到满足要求的 $w_0(n)$ 。

(3) h_1 为以 $C-1/2$ 为对称中心的 HA 高通滤波器

则 $x[n]$ 做 HS 延拓, $\tilde{x}[n]$ 的周期为 $2N$, 对称中心为 $-1/2, (N-1/2)$, 维数为 N 。 $\tilde{v}[n]$ 为 WA 序列, 周期为 $2N$, 维数为 $N-1$, 对称中心为 $C-1, N+C-1$, 对称中心点的值为 0 , 在延拓中可根据特性自动插入, 不需保存对称中心点的值。

以 C 为抽样点 O , N 为偶数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数为 $N/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HA 对称, 在 $O+(N-1)/2$ 为 HA 对称; N 为奇数时, $\tilde{y}[n]$ 的维数 $(N-1)/2$, 在 $O-1/2$ 点为 HA 对称, 在 $O+(N-3)/2$ 为 WA 对称。当 HA 高通滤波器的对称中心为 0 时, 可得到满足要求的 $w_1(n)$ 。

2.2 对称延拓下小波合成子系统特性

为了消除 N_0, N_1 窗截取的影响, E_{sys} 应使 $\tilde{y}'[n] = \tilde{y}[n]$, 如表 3 所示。

当分析低通滤波器为 WS 序列时, $w_0(n)$ 在左端 $n=0$ 点需做 WS 延拓; 在右端 $n=N_0-1$ 点, 当 N 为偶数时, 做 HS 延拓, 当 N 为奇数时, 做 WS 延拓。当分析低通滤波器为 HS 序列时, $w_0(n)$ 在左端 $n=0$ 点需做 HS 延拓; 在右端 $n=N_0-1$ 点, 当 N 为偶数时, 做 HS 延拓, 当 N 为奇数时, 做 WS 延拓。

当分析高通滤波器为 WS 序列时, $w_0(n)$ 在左端 $n=0$ 点需做 HS 延拓; 在右端 $n=N_1-1$ 点, 当 N 为偶数时, 做 WS 延拓, 当 N 为奇数时, 做 HS 延拓。当分析高通滤波器为 HA 序列时, $w_0(n)$ 在左端 $n=0$ 点需做 HA 延拓; 在右端 $n=N_1-1$ 点, 当 N 为偶数时, 做 HA 延拓, 当 N 为奇数时, 做 WA 延拓。

下面研究在以上延拓下, 实现信号的完全重构对合成滤波器相移的要求。

设 WS 合成滤波器对称中心为 C , HS/HA 合成滤波器对称中心为 $C-1/2$, 得到如表 3 所示的合成子系统各部分对称特性及对应分析滤波器特性。

表3 合成子系统各部分对称特性与分析滤波器特性对应表

分析FB的对称特性	$\tilde{y}'(n)$ 的对称中心		$\tilde{z}'(n)$ 的对称中心		合成FB的对称特性	$\tilde{x}'(n)$ 的对称中心	
	左边界	右边界	左边界	右边界		左边界	右边界
WS 低通	0	$N_0-1/2(N \text{ even})$	0	$2N_0-1$	WS 低通	C	$2N_0-1+C$
		$N_0-1(N \text{ odd})$		$2(N_0-1)$			$2(N_0-1)+C$
HS 低通	$-1/2$	$N_0-1/2(N \text{ even})$	-1	$2N_0-1$	HS 低通	$C-3/2$	$2N_0-1+C-1/2$
		$N_0-1(N \text{ odd})$		$2(N_0-1)$			$2(N_0-1)+C-1/2$
WS 高通	$-1/2$	$N_1-1(N \text{ even})$	-1	$2(N_1-1)$	WS 高通	C-1	$2(N_1-1)+C$
		$N_1-1/2(N \text{ odd})$		$2N_1-1$			$2N_1-1+C$
HA 高通	$-1/2$	$N_1-1/2(N \text{ even})$	-1	$2N_1-1$	HA 高通	$C-3/2$	$2N_1-1+C-1/2$
		$N_1-1(N \text{ odd})$		$2(N_1-1)$			$2(N_1-1)+C-1/2$

合成后的信号亦具有对称特性。为了得到非冗余样本数为 N 且无相位平移的合成信号,要求以 0 和 $N-1$ 为截取窗范围,其中 $N=2N_0-1=2N_1+1$ 。因此对 $\tilde{x}'(n)$ 有以下要求成立。左边界关于 0 呈 WS 对称或关于 $-1/2$ 呈 HS 对称。当 N 为偶数时,右边界以 $2N_0-1$ 或 $2N_0-1/2$ 为对称中心。当 N 为奇数时,低通合成结果右边界以 $2(N_0-1)$ 或 $2N_0-3/2$ 为对称中心;高通合成结果右边界以 $2N_1$ 或 $2N_1+1/2$ 为对称中心。

结合表 3 得到关于合成滤波器对称中心的限定。当低通合成 WS 滤波器以 0 为对称中心,低通合成 HS 滤波器以 $1/2$ 为对称中心,高通合成 WS 滤波器以 1 为对称中心,高通合成 HA 对称滤波器以 $1/2$ 为对称中心时,采用前文提到的延拓方式可得到无相位平移完全重构信号。

3 结 论

本文在详尽分析的基础上,对对称滤波器组,给出了分析/合成过程中的信号对称延拓方式及滤波器位移,得到了无相位平移的完全重构的输出。对称延拓的形式由滤波特性及信号长度决定。分析/合成过程的信号延拓方式不同。对非对称滤波器组,先将滤波器分解为对称和反对称滤波器的组合,再对其中的对称、反对称分量按文中方式处理即可。我们的实验结果与理论分析完全一致。

在实现时,为了降低算法复杂度,还可以采用两种优化策略。首先,输入信号和子带信号的延拓长度仅需为滤波器组的最大长度;其次,由于隔点抽样,仅需计算 $N/2$ 点的 $v_0(n)$ 、 $v_1(n)$ 。

参 考 文 献

- 1 Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Commun Pure Appl Math, 1988, 41:909~996.
- 2 Vetterli M, Herley C. Wavelet and filter banks: Theory and design. IEEE Trans ASSP, 1992, 40(9):2207~2232.
- 3 Woods J W, O'Neil S D. Subband coding of images. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, Oct 1986, ASSP-34:1278~1288.
- 4 Brislawn C M. Preservation of subband symmetry in multirate signal coding. IEEE Trans Signal Process, 1995, 43(12):3046~3056.
- 5 Smith J T, Eddins S L. Subband coding of images with octave band tree structures. In: Proc Int Conf Acoust, Speech, Signal Process, IEEE Signal Process, Soc, Dallas, 1987, pp. 1382~1385.
- 6 Smith J T, Eddins S L. Analysis/synthesis techniques for subband image coding. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, 1990, 38(8):1446~1456.
- 7 Martucci S A. Signal extension and noncausal filtering for subband coding of images. In: SPIE Visual Commun, Boston, Nov 1991, 1605: 137~148.
- 8 Martucci S A, Mersereau R M. The symmetric convolution approach to the nonexpansive implementation of FIR filter banks for images. In: IEEE Signal Process Soc, Proc Int Conf Acoust, Speech, Signal Processing, Minneapolis, Apr 1993, pp. V-65~68.



苏洁 博士生,目前主要研究方向为图象压缩,小波分析及基于内容的图象查询。

曹忠升 博士,副教授,华中理工大学计算机系数据库与多媒体技术研究所副所长。目前主要研究方向为多媒体信号处理。

冯玉才 教授,博士生导师,华中理工大学计算机系数据库与多媒体技术研究所所长,国家级杰出贡献的中青年专家。目前的主要研究方向为多媒体数据库技术。

Symmetric Extension in Subband Coding

Su Jie, Cao Zhongsheng and Feng Yucai

(Database and Multimedia Technology Research Institute, College of Computer Science
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract Finite-length input signal will introduce extension or distortion in wavelet transform. Analyzing the impact of symmetric extension on analysis/synthesis system, this paper presents optimal symmetric extension of finite-length input signal and delay of filters in subband coding which produces perfect reconstruction and overall zero-delay.

Keywords Symmetric extension, Circular convolution, Filter banks, Analysis/Synthesis

(上接第 738 页)

作为此次年会东道主的 VTEL 美国视讯公司大中国区总经理张海森说:“VTEL 一直在同代理商共同培育和开发会议电视市场,我们非常重视同代理商之间的合作和交流。我很高兴在世纪之交亚太区的代理商能够会聚在北京共同探讨 21 世纪的挑战。”他还表示:“VTEL 长期致力于对中国市场的拓展,这也是 VTEL 全球战略的重要组成部分之一。中国作为一个处在上升趋势的市场。充满了机遇和挑战。VTEL 已经在中国建立起了强大的代理商队伍和销售网络,我们将借助代理商年会召开这一时机,加快产品开发及生产的本地化,使之更好地服务于中国市场的用户。”

在本届年会结束之际,VTEL 还对参会的澳大利亚、新西兰、印度、马来西亚、韩国、日本、新加坡、印度尼西亚、菲律宾和中国的成功的代理商进行了评选和颁奖。中国区的达科数据通讯中国有限公司、摩联多媒体电信技术有限公司和广州嘉胜电子工业科技有限公司等分获奖励。

总部位于美国德州奥斯汀市的 VTEL 美国视讯公司世界视频通讯系统领先的开发及制造商。它提供全系列会议电视系统产品和相应的软件及专业服务,可以广泛应用于政府办公、教育、医疗和商业沟通领域。1999 年 3 月并购了开发流媒体软件的 Vosai; LC 公司,把传统会议电视强大功能与通达全球的 Internet 网完美地结合起来。目前,VTEL 通过分布在 61 个国家的强大的代理商及合作伙伴,将其业界领先的数据视讯产品安装于教育、医疗、政府以及日臻发展的商业市场,在全球有将近 30,000 个安装点,居业界领先地位。VTEL 公司自 1993 年进入中国市场以来,引入了与世界同步的先进的会议电视技术,成功地组建了中国邮电部骨干网以及 20 多个省、部网和一系列大型专网,在中国占有会议电视系统半数以上的市场份额,居绝对领先地位。如查询 VTEL 公司详细资料,请浏览公司网址:www.vtel.com.cn